A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE FUNÇÃO NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Luciana de **Lima** – UFC
Maria Gilvanise de Oliveira **Pontes** – UECE

Introdução

As dificuldades na compreensão do conceito de função estão longe de ser problema específico dos alunos. Os próprios matemáticos, na evolução da ciência, depararam-se com dificuldades que modificaram sua compreensão do conceito levando a evoluções teóricas durante séculos para serem estabelecidas e aceitas pela comunidade acadêmica. Professores de matemática, alunos da Educação Superior e da Educação Básica, assim como os matemáticos, também vivenciam as dificuldades na compreensão do conceito de função.

As pesquisas de Akkoç e Tall (2002) com estudantes secundaristas revelam que o estudo de funções constantes evidencia perturbações na compreensão do conceito de função ao associá-la ao conceito de variação. Além disso, o conceito de função está baseado na definição coloquial de interligação de um conjunto de diagramas e respectivos pares ordenados. Os gráficos e as fórmulas são compreendidos por meio de exemplos.

Lopes (2003), por sua vez, desenvolvendo pesquisa com alunos de 8ª série, em escola da periferia do Estado de São Paulo, verifica que apresentam dificuldades na interpretação da representação gráfica e de sua conversão para a linguagem algébrica.

Bianchini e Puga (2004), ao aplicarem teste diagnóstico com os alunos do Curso de Ciência da Computação da PUC/SP na disciplina de Cálculo, observam que costumam fornecer definições por meio de exemplos, relacionam função com equação, apresentam dificuldades nas representações gráficas e na transformação destas em representações algébricas.

Rossini (2006) ao pesquisar professores de Matemática em Formação Continuada na rede pública de Ensino em São Paulo, conclui que eles também confundem os conceitos de equação e de função. Atividades que contemplam o símbolo f(x) são as que mais suscitam dúvidas no momento da escrita das leis de formação dos problemas, e no estabelecimento da correspondência e dependência entre variáveis.

A dificuldade na compreensão do conceito de função perpassa por todos os níveis que retratam a relação ensino-aprendizagem e em diferentes aspectos do conhecimento do conceito. Os matemáticos historicamente superaram obstáculos para alcançar, depois de séculos, a formalização do conceito de função. Os professores de Matemática, nos dias atuais, também apresentam dificuldades em compreender, interpretar e atribuir significados ao conceito.

Os alunos do Ensino Superior apresentam uma concepção que não lhes garante o conhecimento necessário para o desenvolvimento de habilidades, em especial, o aluno que se dedica à formação docente. Com essa visão, realmente é de se esperar que os alunos do Ensino Básico tenham dificuldades em compreender o conceito de função.

Por outro lado, as dificuldades não se apresentam de forma superficial. As trocas conceituais ou conceitos mal construídos, as representações e respectivas transformações e os significados contraditórios atribuídos ao conceito revelam a necessidade de ações que vão além da mera investigação.

Nessa perspectiva, é necessário pensar a formação inicial do professor de matemática valorizando nela a discussão reflexiva sobre a aprendizagem e o ensino de conceitos. Sobretudo aqueles que contribuirão para a formação da base do conhecimento matemático, como o caso do conceito de função.

Os pesquisadores que estudam as dificuldades na aprendizagem desse tipo de conceito, muitas vezes, dispõem de sugestões que visam minimizar os problemas apresentados.

O estudo dos gráficos como representação e significação do conceito de função é o conhecimento mais abordado pelos pesquisadores. Para Trindade e Moretti (2000), por exemplo, o trabalho com gráficos deve ser realizado de forma diferenciada a fim de que o professor em formação possa visualizar padrões algébricos, além de perceber que existem gráficos não definidos algebricamente.

O estudo das tabelas é apresentado nas pesquisas como representação necessária e útil para a compreensão do conceito de função. Para Meira (1997) a importância se deve pelo fato de possibilitar a representação e a visualização de pares ordenados, além da construção de seqüências numéricas capazes de evidenciar as transformações funcionais.

As expressões algébricas, apesar de serem as mais valorizadas pelos professores no ensino do conceito de função, devem ser apresentadas aos alunos sem deixar de relacioná-las aos demais aspectos de representação e de significação do conceito.

Rossini (2006) considera que as expressões algébricas podem auxiliar os professores na visualização de funções definidas por mais de uma sentença, na identificação do coeficiente "a" em y = ax + b como taxa de variação, bem como na construção do significado de f(x) e das fórmulas para representação de funções.

Em observação às propostas apresentadas até o momento, sejam elas voltadas para a utilização de situações práticas e contextualizadas ou a compreensão da função como máquina de ensinar, o conceito de função não é explicitado. É necessário primeiramente que seja feita uma escolha do conceito a ser trabalhado compreendendo sua complexidade diante dos obstáculos epistemológicos vivenciados pelos próprios matemáticos, como evidencia Sierpinska (1992).

É importante também que diante dos conceitos apresentados com rigor matemático eles sejam discutidos de forma crítica para que o aluno possa fazer suas escolhas baseadas em parâmetros que lhe tragam significado. Acredita-se que o conceito de função ao se tornar explícito pode ser ressignificado a partir de um pensamento crítico diante do conhecimento que o aluno já apresenta sobre o assunto.

Diante dessa perspectiva, opta-se pela utilização da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Ao considerar relevante a aprendizagem conceitual, os conhecimentos prévios do aluno e ao propor uma metodologia para o ensino de conceitos, essa teoria se adequa à proposta apresentada neste trabalho.

De acordo com a discussão apresentada pergunta-se: como o licenciando em Matemática se estrutura mentalmente para ressignificar o conceito de função?

O objetivo deste trabalho, portanto, é descrever como alunos do primeiro ano da Licenciatura em Matemática ressignificam o conceito matemático de função diante de um processo interventivo que toma como base a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

A aprendizagem significativa de conceitos

Ausubel (1968) defende a tese de que a aprendizagem, por meio da metacognição, fazendo com que os alunos evoluam em níveis de conhecimento e utilizando-se de estratégias organizadas, pode ser mais efetiva já que se adequa melhor às dificuldades cognitivas encontradas no processo da construção mental do conhecimento por parte do aluno.

Essa aprendizagem é um processo que considera o conhecimento do aprendiz sobre o assunto. Ribeiro e Nuñez (2004) enfatizam que o objetivo a ser alcançado, na Aprendizagem Significativa preconizada por Ausubel, é fazer com que o aluno aprenda utilizando os conhecimentos existentes em sua estrutura cognitiva. Pela relação entre o que se sabe e o novo conteúdo, dá-se a compreensão do assunto estudado com significado e não apenas memorização mecânica. Dessa forma, existe a integração do novo conhecimento ao que se sabe, cuja inter-relação possibilita a transformação de novas idéias em informação por meio de associações, trazendo significado ao novo.

Na visão de Moreira (1999), a Aprendizagem Significativa de Ausubel "[...] é um processo por meio do qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo" (MOREIRA, 1999, p.11).

A não-arbitrariedade acontece por meio da relação entre o material potencialmente significativo e as estruturas cognitivas especialmente relevantes do aprendiz denominadas de subsunçores. As novas idéias e conceitos são aprendidos com significado a partir do momento em que idéias e conceitos do próprio aprendiz estejam disponíveis em sua estrutura cognitiva, servindo-lhe como pontos de ancoragem.

Subsunçor é, então, um conceito, idéia ou proposição já existente na estrutura cognitiva do aprendiz com a capacidade de ancorar nova informação para o sujeito lhe atribuir significado.

A substantividade, por sua vez, acontece por meio da incorporação do novo conhecimento à estrutura cognitiva do aprendiz, a partir do estabelecimento de variadas representações para um único significado. Assim, para a aprendizagem significativa, as idéias e os conceitos não podem depender exclusivamente do uso de signos específicos, mas de uma variedade deles.

O fato de o conhecimento ser potencialmente significativo vincula-se a outras condições: o significado lógico da natureza do material e o significado psicológico da relação entre material logicamente significativo e a estrutura cognitiva individual do aprendiz.

Para o material ter significado lógico, é necessário que se relacione, de maneira substantiva e não-arbitrária, às idéias e aos conceitos no domínio cognitivo humano. Essa característica é inerente ao próprio material e, segundo Moreira (1999), o conteúdo

das disciplinas ensinadas na escola geralmente é apresentado com significado lógico, entre eles, o conceito de função.

Para o significado psicológico do material, é necessário que o relacionamento substantivo e não-arbitrário com a estrutura cognitiva do aprendiz, em particular, seja capaz de transformar o significado lógico do material em psicológico, tornando o conteúdo do material potencialmente significativo.

Moreira (1999, p. 22) conclui que "[...] a emergência do significado psicológico depende não somente da apresentação, ao aprendiz, de um material logicamente significativo, mas também da disponibilidade, por parte desse aprendiz, do necessário conteúdo ideacional". O conhecimento prévio deve servir de matriz organizacional para incorporação, compreensão e fixação de novos conhecimentos, no momento da conexão com conhecimentos especificamente relevantes e pré-existentes, na estrutura mental do aprendiz.

Para Ausubel (1968), a estrutura cognitiva é formada pelo conteúdo total organizado das idéias do indivíduo, em uma área particular do conhecimento. O novo conhecimento é apreendido por meio do princípio da assimilação, processo que ocorre quando a nova informação, potencialmente significativa, é relacionada e assimilada pelo conceito subsunçor da estrutura cognitiva do aprendiz.

A nova informação, ao ser apresentada ao aluno, sofre transformações. O mesmo ocorre com os subsunçores. As transformações se dão devido ao novo conhecimento entrar em contato com os subsunçores da estrutura cognitiva do aluno. Dessa forma, os elementos da estrutura cognitiva podem assumir nova organização e novo significado.

Cada grupo de idéias tem por base a idéia-âncora que pode ser um conceito ou proposição mais ampla que subordina outros conceitos na estrutura cognitiva e funciona como ancoradouro no processo de assimilação. O que acontece na Aprendizagem Significativa é que as novas idéias tornam-se progressivamente menos dissociáveis das idéias-âncora, até não estarem disponíveis individualmente.

De acordo com Praia (2000), o desenvolvimento cognitivo é um processo dinâmico em que os novos conhecimentos estão em constante interação com os já existentes. Dessa forma, Ausubel (1968) propõe quatro (4) Princípios Programáticos (quadro 1) com a finalidade de auxiliar o professor na construção da Aprendizagem Significativa:

- diferenciação progressiva;

- reconciliação integradora;
- organização seqüencial;
- consolidação.

Segundo Moreira (1999), o sistema cognitivo humano se constrói em hierarquia. As idéias mais inclusivas e explicativas ocupam o topo da estrutura e englobam progressivamente idéias, proposições, conceitos e fatos menos inclusivos. Além disso, torna-se mais fácil para o aluno perceber aspectos diferenciados do todo mais geral do que perceber as partes que compõem esse todo.

Dessa forma, a diferenciação progressiva é definida como "parte do processo da aprendizagem significativa, da retenção e da organização que resulta numa elaboração hierárquica ulterior de conceitos ou proposições na estrutura cognitiva do 'topo para baixo'" (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980, p. 523). Na diferenciação progressiva, portanto, as idéias mais gerais e inclusivas devem ser apresentadas em primeiro lugar para que sejam diferenciadas em detalhes e nas especificidades.

A programação do conteúdo deve proporcionar a diferenciação progressiva do conhecimento, explorando as diferenças e semelhanças relevantes, com a finalidade de reconciliar inconsistências reais ou aparentes, preconizadas no segundo princípio, a reconciliação integradora, definida como "parte do processo da aprendizagem significativa que resulta na delineação explícita de semelhanças e diferenças entre idéias relacionadas" (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980, p. 526).

A aprendizagem deve iniciar com os conceitos mais gerais, ilustrando os conceitos intermediários a eles relacionados para que seja possível introduzir em seguida os conceitos mais específicos, a partir do que se retorna, por meio de exemplos, ao conceito mais geral na hierarquia, sem perder a visão do todo.

Os tópicos ou unidades de estudo devem ser seqüenciados de maneira coerente com as relações de dependência existentes no conteúdo a ser trabalhado. Este é o momento de fazer com que a nova informação se ancore aos conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz por meio da organização seqüencial dos conteúdos. Moreira (1999) recomenda a utilização dos Mapas Conceituais desenvolvidos por Novak (1976) ou do Vê Epistemológico, preconizado por Gowin (1981).

Na consolidação, o conteúdo deve ser explorado ao máximo, fazendo uso de práticas e exercícios, antes de introduzir novo conceito. Deve-se assegurar a alta probabilidade de êxito na aprendizagem seqüencialmente organizada. A dinâmica termina quando o aluno internaliza o conceito, compreendendo-o com significado.

Percurso metodológico

A metodologia utilizada para o desenvolvimento da pesquisa se baseia no Estudo de Caso de cunho qualitativo e paradigma interpretativo de acordo com os pressupostos de Stake (1998).

Como público alvo foram escolhidos, de forma aleatória, quatro alunos do 1º ano da Licenciatura em Matemática da UECE no período de 2007.1, dentre eles, três mulheres e um homem. Os encontros foram realizados na própria Universidade, todas as terças-feiras e quintas-feiras, no período da tarde, após ter sido acordado com os participantes.

A pesquisa se subdividiu em duas etapas: Levantamento e Intervenção. Na 1ª etapa objetivou-se investigar aspectos relacionados aos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conceito de função. Na 2ª etapa, o objetivo foi investigar as diferentes maneiras que ocorre a ressignificação do conceito de função para os alunos participantes do processo interventivo.

A princípio foi desenvolvida uma entrevista com os alunos para que pudessem falar de sua história escolar, de sua relação com os conteúdos matemáticos, com o conceito de função e suas dificuldades em compreendê-lo.

Em seguida, foi aplicado um questionário, subdividido em perguntas teóricas e problemas contextualizados. Os assuntos abordados foram: expressão algébrica, equação, variável, incógnita, variável dependente, variável independente, conjunto, domínio, contradomínio e imagem. As perguntas foram desenvolvidas após a fase da entrevista para que detalhes pudessem ser investigados.

As sessões de intervenção se subdividiram em três fases: diferenciação progressiva e reconciliação integradora (fase 1), organização seqüencial (fase 2) e consolidação (fase 3), conforme os pressupostos apresentados por Ausubel (1968) nos Princípios Programáticos da Aprendizagem Significativa.

Na fase 1 os alunos foram estimulados a discutir sobre os conceitos que compõem o conceito de função e a organizá-los de forma hierárquica descendente, do

conceito abrangente para o específico, e ascendente, do conceito específico para o abrangente. Na fase 2, construíram mapas conceituais dos conceitos organizados na fase anterior, integrando-os em uma única representação. Na fase 3, utilizaram seus conhecimentos para resolver problemas que envolviam a aplicação do conceito de função.

Todos os encontros foram gravados, e, após cada reunião, que apresentou, em média, duração de 1 hora, foram transcritas as discussões, ressaltando a fala de cada integrante do grupo, preservando-lhes a identidade. Além disso, os alunos preencheram protocolos e registraram por meio da escrita suas respostas às perguntas sugeridas em cada discussão das atividades propostas.

Após cada encontro, os dados coletados, tanto nos protocolos quanto nas gravações de voz, foram organizados em um banco de dados eletrônico. A análise dos dados se baseou nos pressupostos de Stake (1998) buscando-se a compreensão dos fenômenos por meio de uma descrição dos fatos obtidos de forma cronológica sem esperar uma explicação causal. Dessa forma, os episódios foram observados e representados por meio de uma interpretação direta dos relatos.

A estratégia de análise se baseou na triangulação dos dados obtidos a fim de garantir a validação da pesquisa ao tentar reduzir ao mínimo as falsas representações e interpretações. De acordo com a tipologia de estratégias de triangulação preconizados por Stake (1998), foi utilizada nessa pesquisa a triangulação metodológica. Neste caso, buscou-se confrontar os resultados obtidos com os dados coletados em diferentes instrumentos: entrevista, questionário, protocolo escrito e transcrições das sessões gravadas em vídeo.

A pesquisa teve início em junho de 2007, com a aplicação de pesquisa piloto. Seu objetivo principal foi a testagem dos instrumentos produzidos para as etapas previstas. Essa aplicação aconteceu no Centro Federal de Ensino Tecnológico do Ceará (CEFETCE) pelo fato de essa instituição apresentar características semelhantes às da UECE no que diz respeito à formação inicial de professores de Matemática. A coleta de dados terminou em outubro de 2007 e as análises em dezembro do mesmo ano.

Resultados

Serão divulgados neste trabalho alguns fragmentos dos resultados obtidos na pesquisa, considerando a limitação de espaço e tempo de apresentação. Foram

escolhidos, portanto, os dados coletados de apenas um integrante, para que a trajetória conceitual sobre função possa ser apresentada.

Na entrevista realizada no dia 02/07/2007 na fase inicial do Levantamento constatou-se que esta aluna cursava Licenciatura em Matemática na UECE e Bacharelado em Matemática na UFC. Aos 21 anos, não apresentava experiência em sala de aula, a não ser para alguns alunos que precisavam de aulas particulares nos últimos 7 anos. Seu objetivo era se tornar professora de matemática e seguir uma carreira acadêmica, realizando cursos de pós-graduação.

Afirmou não ter muita intimidade com o conceito de função e sentir dificuldade em explicá-lo, inclusive de enunciá-lo. Definiu função da seguinte maneira "*Considerando dois conjuntos A e B, chama-se função a relação que existe entre o conjunto A com o conjunto B, uma certa lei de formação, a lei da função, (...) um elemento no conjunto A pode ter uma única imagem no conjunto B"*.

O questionário aplicado no dia 09/07/2007 contribuiu com novos resultados. A aluna afirmou que "*Função é uma relação que ocorre geralmente entre dois conjuntos que utiliza uma característica para relacionar os elementos desses conjuntos*". Ao ser questionada sobre a possibilidade de uma expressão algébrica e de uma equação representarem uma função, respondeu da seguinte maneira "*Uma expressão algébrica não pode representar uma função, pois não há como corresponder os elementos do domínio com os do contradomínio*" e "*Uma equação pode representar uma função, pois há como utilizar uma correspondência entre os elementos do domínio e do contradomínio*".

Para essa aluna, o conceito de função está associado à relação entre dois conjuntos: domínio e contradomínio, à lei de formação que considerou como uma característica da função e pela unicidade da imagem. Pode-se considerar que esses são os conhecimentos prévios, ou seja, seus subsunçores sobre função.

O trabalho de intervenção iniciou em 19/07/2007. Os 7 primeiros encontros foram destinados às discussões de alguns conceitos preliminares e suas relações, tais como: expressão algébrica, variável, expressão numérica, equação, incógnita, variável dependente e variável independente.

A partir do 8º encontro ocorrido em 21/08/2007, o conceito de função foi formalmente apresentado aos alunos. A primeira definição se baseou no conceito de Dirichlet que data do século XIX: "*Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra*

segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável x" (BRAGA, 2006, p. 15).

Após o levantamento dos principais elementos dessa definição, bem como as discussões sobre problemas reais relacionados ao conceito de função, a aluna em questão concluiu que "*Função é uma relação de dependência entre variáveis que para cada valor de x relaciona um único valor de y que obedece uma regra*".

Outros conceitos de função que incluem os pressupostos teóricos da Teoria dos Conjuntos foram apresentados aos alunos. Um deles é de autoria do professor Elon Lages Lima (1998, p. 38):

> Dados os conjuntos X, Y, uma função f: X -> Y é uma regra que diz como associar a cada elemento x pertencente a X um elemento y = f(x) pertencente a Y. O conjunto X chama-se o domínio e Y o contradomínio da função f. Para cada x pertencente a X, o elemento f(x) pertencente a Y chama-se a imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto x pertencente a X.

O autor acrescenta posteriormente as condições necessárias para que uma função exista, embora afirme que não precisam estar explícitas: "*A natureza da regra que ensina como obter f(x) quando é dado x é inteiramente arbitrária, sendo sujeita apenas a duas condições: Não deve haver exceções e não pode haver ambigüidades*". (LIMA, 1998, p.41).

Após as discussões a respeito dos elementos desse novo conceito e de suas aplicações em situações problema a aluna afirmou que função *"é uma relação de correspondência entre dois conjuntos que obedece a uma regra e a uma condição (qualquer que seja x pertencente a D existe um único y pertencente a CD) onde D e CD são os conjuntos que fazem parte dessa relação"*.

A 2ª fase da etapa da Intervenção iniciou em 12/09/2007 e foi desenvolvida em 5 encontros. Nessa fase os alunos construíram mapas conceituais, baseando-se nos pressupostos teóricos de Novak (1976). O primeiro mapa conceitual (quadro 2) que a aluna desenvolveu sobre função trouxe a compreensão de que "*Função é uma regra que associa o elemento x pertencente ao Conjunto A, denominado Domínio, ao elemento y, pertencente ao Conjunto B, denominado Contradomínio*".

Após a reelaboração das idéias dispostas nos mapas, foram confeccionados novos mapas conceituais, inserindo novos elementos, retirando o que era necessário e reelaborando o próprio conceito de função. Assim, a aluna trouxe uma nova

definição:*"Função é uma regra que diz como associar cada elemento x, chamado Variável Independente, pertencente ao Conjunto A, denominado Domínio, a um único elemento y, chamado Variável Dependente, pertencente ao Conjunto B, denominado Contradomínio"*.

A 3ª fase da etapa da Intervenção iniciou em 25/09/2007. Foram 4 encontros com apresentação de problemas matemáticos onde o aluno teria que interpretá-los, construir um modelo utilizando a linguagem algébrica, verificar se a relação estabelecida se caracterizaria como função, reconhecer seu domínio, contradomínio e imagem, e, por fim, modificar a relação para que ela não pudesse ser uma função. Nos problemas foram contempladas as funções constante, polinomial de 1º e 2º graus, recíproca, bem como, conteúdos sobre progressões aritméticas, geometria, matemática financeira, física, biologia e proporcionalidade.

Para definir uma função, essa aluna percebeu a necessidade de definir primeiramente as variáveis do problema e a relação estabelecida entre elas. A definição dos conjuntos domínio e contradomínio também foram consideradas fundamentais para que as condições de existência e unicidade fossem obedecidas.

Na fase final, último encontro realizado no dia 09/10/07, todos os alunos tiveram a oportunidade de se auto-avaliar, observando as respostas fornecidas aos primeiros questionários da pesquisa. A aluna em questão se surpreendeu com os "*vários erros cometidos*", disse inclusive que gostaria de alterar todas as respostas. A primeira resposta modificada foi sobre o conceito de função escrevendo que *"Função é uma relação que diz como associar um elemento x pertencente a X a um elemento y pertencente a Y"*.

O conceito de função, portanto, que predominou foi o conceito de relação, não mais como uma relação que associa, mas uma relação que diz como associar um elemento do domínio a um elemento do contradomínio.

Conclusão

Ao comparar os resultados obtidos com a aplicação dos quatro instrumentos citados na proposta metodológica: entrevista, questionário, protocolos e transcrições, observou-se que o conceito inicial sobre função apresentado pela aluna se alterou durante todo o processo interventivo.

A primeira alteração se fez presente na apresentação do conceito de Dirichlet. A função definida a pirori como uma relação entre conjuntos passou a ser uma relação de

dependência entre variáveis. A lei de formação que antes era uma característica, passou a ser uma regra a ser obedecida.

A segunda alteração foi demonstrada na apresentação do conceito de Elon Lages Lima. A definição da aluna retornou às origens e trouxe novamente a idéia da relação entre conjuntos. Porém, esse conceito se ampliou com a compreensão das condições de existência e unicidade. O elemento do contradomínio teria que existir e ser único para cada elemento do domínio.

Além disso, é importante ressaltar que o autor Lages Lima, define função como uma regra que diz como associar e a aluna compreendeu que função seria uma regra que associa. Isso significa que ela trouxe uma nova compreensão para o conceito sem ter que escrevê-lo de uma forma idêntica a do autor, demonstrando uma reelaboração de seu pensamento.

Uma nova modificação no conceito aconteceu no momento da elaboração dos mapas conceituais. Para a aluna, função deixou de ser uma relação de conjuntos e passou a ser uma regra capaz de dizer como um elemento do domínio se associa a um elemento do contradomínio.

Foi somente no momento da Consolidação, modelagem dos problemas propostos, que a aluna percebeu a importância da definição das variáveis, e da determinação adequada dos conjuntos domínio e contradomínio. Diante dessa visão, função voltou a ser uma relação, porém, uma relação diferenciada, aquela que anuncia a associação de variáveis entre conjuntos.

Todos esses acontecimentos exemplificam as idéias de Ausubel sobre o processo de Assimilação. Para este autor, quando um novo conceito entra em contato com um conceito já existente, o subsunçor, ambos os conceitos se modificam, tornando-se um terceiro conceito a ser assimilado na estrutura cognitiva do aprendiz. Considera-se dessa forma que o processo interventivo relatado neste artigo caracterizou-se como uma aprendizagem significativa.

A pesquisa, portanto, pode ter contribuído com uma nova visão sobre a aprendizagem conceitual. Diante da metodologia proposta e de uma atitude questionadora, foi possível durante 22 intervenções estimular a reflexão crítica dos alunos a respeito do conceito que já apresentavam como subsunçores..

Ao evidenciar os problemas relacionados à aprendizagem do conceito de função e contribuir com uma proposta inovadora para a superação desses problemas, pode-se também contribuir com as pesquisas na área da Formação de Professores e da Educação

Matemática. Revelar como o futuro professor elabora seu pensamento, como ele ressignifica um conceito já existente em sua estrutura cognitiva pode auxiliar no desenvolvimento de um novo olhar sobre a aprendizagem e o ensino de conceitos em nível superior.

Novas pesquisas estão sendo desenvolvidas contemplando-se a mesma proposta metodológica para a aprendizagem de conceitos. A busca, porém, é compreender sua aplicabilidade em cursos de educação a distância e em dispositivos móveis (*mobile learning*).

Referências

AKKOÇ, H; TALL, D. The simplicity, complexity and complication of the function concept. In: (Ed.) **Proceedings of the 26th Annual Conference – PME 26.** v2. 2002. United Kingdom, p. 25-32.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology: a cognitive view.** Nova York: Holt Rinehart and Winston, 1968.

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980 (2ª edição).

BIANCHINI, B.L.; PUGA, L. Z. **Função: Diagnosticando registros de representação semiótica.** 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Departamento de Matemática, PUC, São Paulo.

BRAGA, Ciro. **Função – a alma do ensino da Matemática.** São Paulo: Annablume; FAPESP, 2006.

GOWIN, D.B. **Educating**. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press, 1981.

LIMA, E.L.; CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.;MORGADO, A.C. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 1. Rio de Janeiro: SBM, 1998.

LOPES, W. S. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino.** 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo.

MEIRA, L. Aprendizagem e ensino de Funções. In: SCHLIEMANN, Analúcia (Org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática.** 2 ed. Ampliada. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1997.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa.** Brasília: UNB, 1999.

NOVAK, J.D. Understanding the learning process and effectiveness of teaching methods in the classroom, laboratory and field**. Science Education**, p. 493-512,1976.

PRAIA, J. F. **Aprendizagem significativa em D. Ausubel: Contributos para uma adequada visão da sua teoria e incidências no ensino.** III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Peniche, Portugal, 2000.

RIBEIRO, R.P.; NUÑEZ, I.B. In: Fundamentos do Ensino-aprendizagem das ciências naturais e da Matemática: o novo ensino médio. **Pensando a aprendizagem**

significativa: dos mapas conceituais às redes conceituais. Porto Alegre: Sulina, 2004, p. 201-225.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias.** Tese (Doutorado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2006.

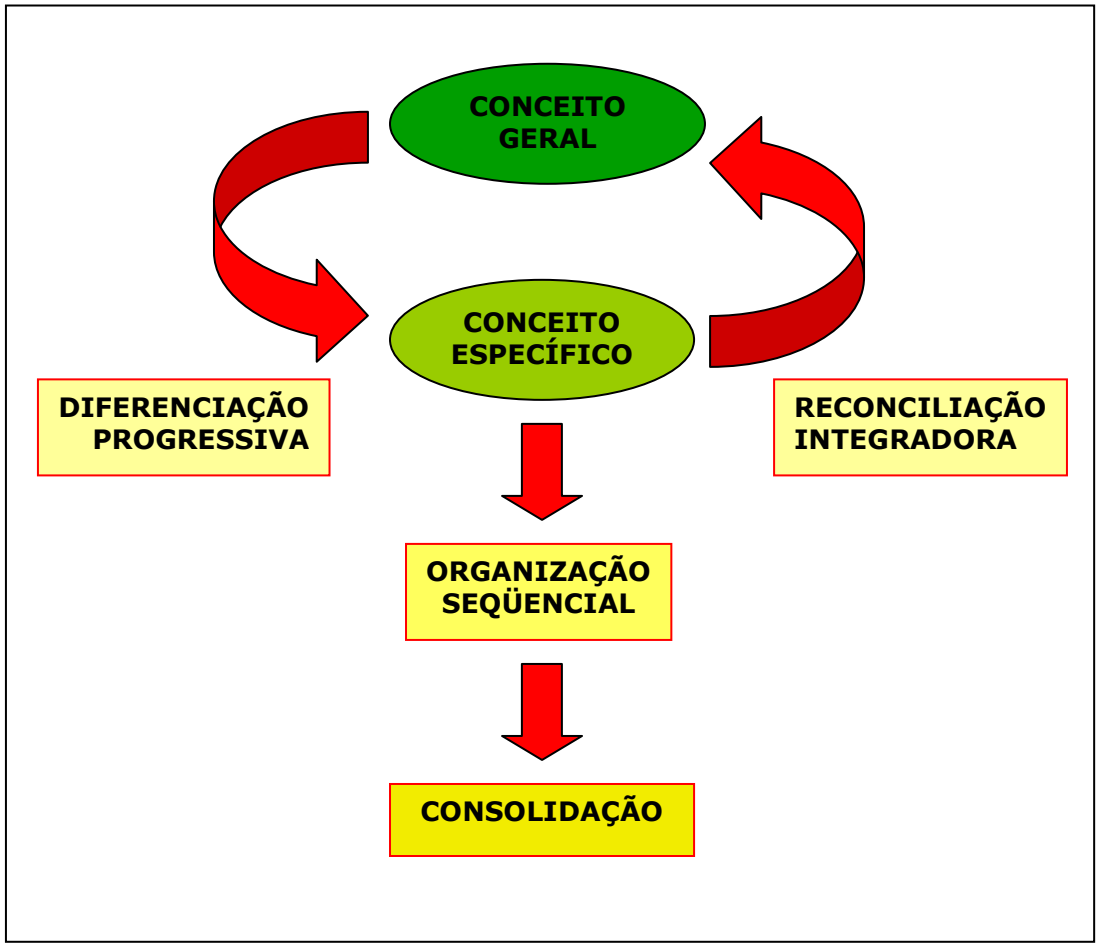
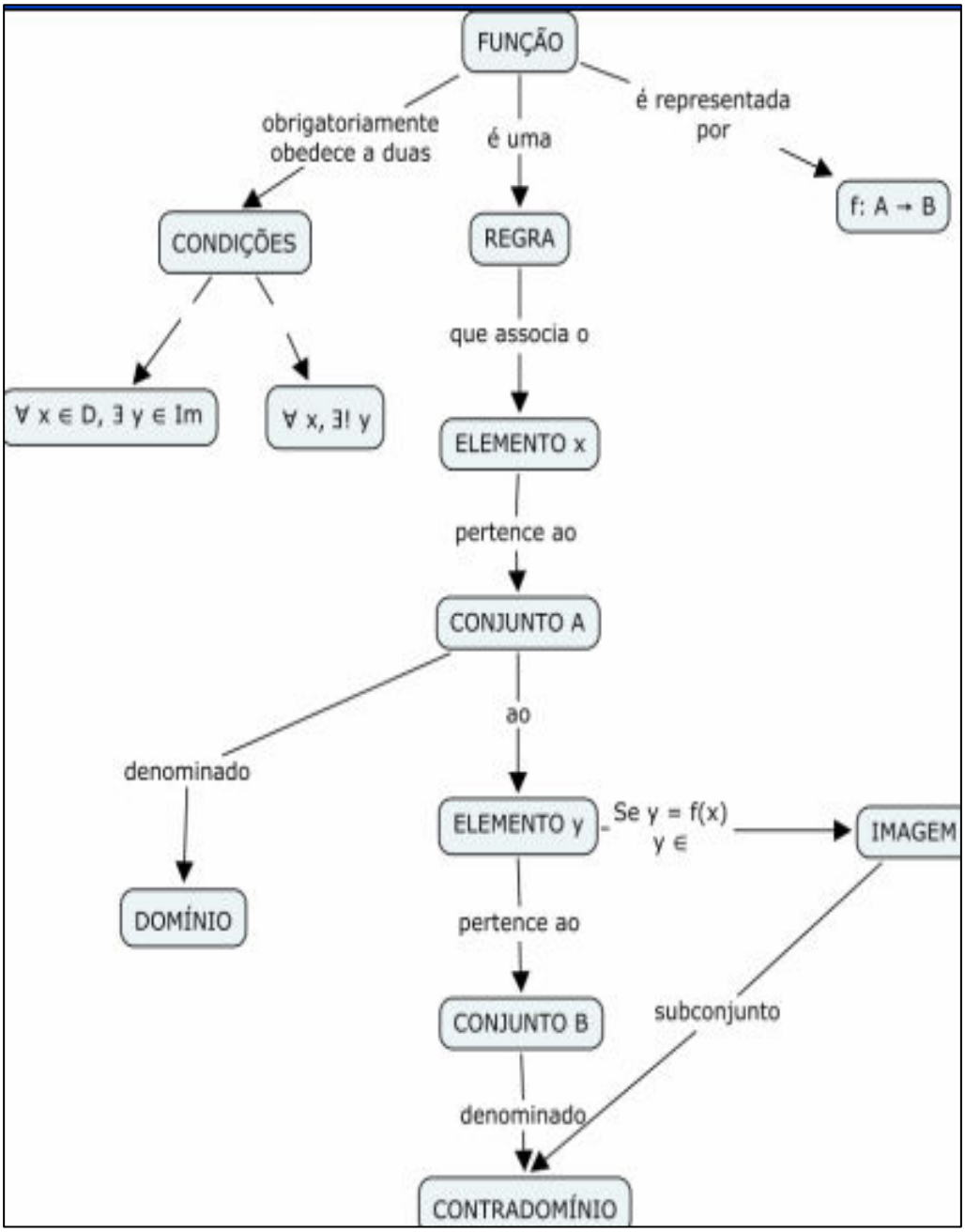
SIERPINSKA, A. In: The Concept of Function. **On understanding the notion of function.** EUA: Concordia University, 1992, p. 25-58.

STAKE, R. E. **Investigación com estúdio de casos.** Madrid: Morata, 1998.

TRINDADE, J. A. de O.; MORETTI M. T. **Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação.** Zetetiké, Campinas, v.8, no. 13/14, p. 29-50, 2000.

Quadros

Quadro 1 – Esquema gráfico dos Princípios Programáticos da Aprendizagem Significativa de Ausubel



Quadro 2 – Mapa Conceitual desenvolvido pela aluna citada em 12/09/2007